Série : A4

Tous les sujets et corrigés des BAC Comoriens sur le site de l'AEM Mdjankagnoi
https://aem-20.webself.net/

Grille de correction

Exercice 1 :

Question	Consigne de correction	Barème
1.	Formule du tirage successif et sans remise (0,5 point) – calcul de la probabilité (0,5 point)	1 point
2. a))	Calcul du Card A (0,5 point) – Valeur de la probabilité de A (0,5 point)	2 points
b))	Formule : $P(A) + P(\overline{A}) = 1$ (0,5 point) – valeur de $P(\overline{A})$ (0,5 point).	

Exercice 2 :

Question	Consigne de correction	Barème
1.	Représentation des nuages des points (0,5 point)	0,5 point
2.	Calcul de $\overline{x}$ (0,5 point) – Calcul de $\overline{y}$ (0,5 point).	1 point
3.a))	La donnée de la formule de la droite d'ajustement par la méthode de moindre carrée (0,25 point) Calcul de Cov (x, y) (0,5 point). Calcule de V (x) (0,25 point). Résultat demandé (0,25 point)	1,25 point
b))	Vérification du point G (0,5 point)	0,5 point
c))	Valeur de y (0,5 point) - construction de la droite (d) dans le repère (0,25 point)	0,75 point

Exercice 3 :

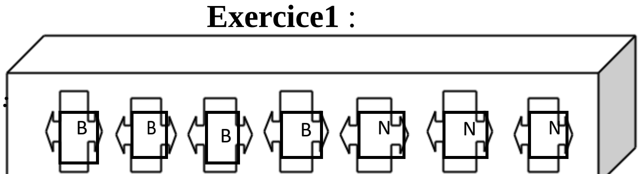
Question	Consigne de correction	Barème
A] 1.	Développer ou bien factorisation (0,5 point)	0,5 point
2.	Résolution de l'équation (0,75 point)	0,75 point
3.a))	Domaine (0,5 point) - Résolution (0,25 point)- Ensemble de solution (0,25 point)	1 point
b))	Changement de variable (0,25 point) – racine de l'équation formulée (0,25 point) – les valeurs de x et y (0,5 point) – solution du système (0,25 point)	1,25 point
B]1.	Calcul de U_1 (0,5 point)	0,5 point
2.	U_n en fonction de n (0,5 point)	0,5 point
3.	Réponse de la limite (0,25 point) – Interprétation (0,25 point)	0,5 point

Problème :

Question	Consigne de correction	Barème
I].1.	Domaine (0,5 point)	1 point
2.	Chaque réponse (0,5 point)	1,5 point
3.	Résultat du signe (0,25 point)	0,25 point
4.a))	Calcul de la valeur de g (e^{-2}) en fonction du réel a (0,5 point)	0,5 point
b))	Déduction de la valeur du réel a (0,5 point)	0,5 point
II].1.	Chaque limite (0,5 point)	1 point
2.a))	Calcul de f '(x) (0,75 point)	0, 75 point
b))	Sens de variation (0,5 point)	0,5 point
c))	Tableau de variation (0,25 point)	0,25 point
3.	Formule de l'équation de la tangente (0,25 point) – résultat de l'équation (0,25 point)	0,5 point
4.a))	Compléter le tableau (0,5 point)	0,5 point
b))	Construction de (T) (0,25 point) - Allure de la courbe (0,5 point)	0,75 point

Exercice1 :

Valise avec 7 robes :



1. *Nombre de tirage possible est égal* $A_7^2 = 42$.
2. Calcul de probabilité :

a)) A : « Obtenir deux robes de même couleurs », *signifie soit obtenir deux robes blanches ou bien deux robes noires. Alors* Card A = $A_4^2 + A_3^2 = 18$.

Donc $P(A) = \frac{CardA}{Card\Omega} = \frac{18}{42} = \frac{3}{7}$. *D'où le résultat* $P(A) = \frac{3}{7}$.

b)) *On sait bien que :* $P(A) + P(\bar{A}) = 1 \Leftrightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$.

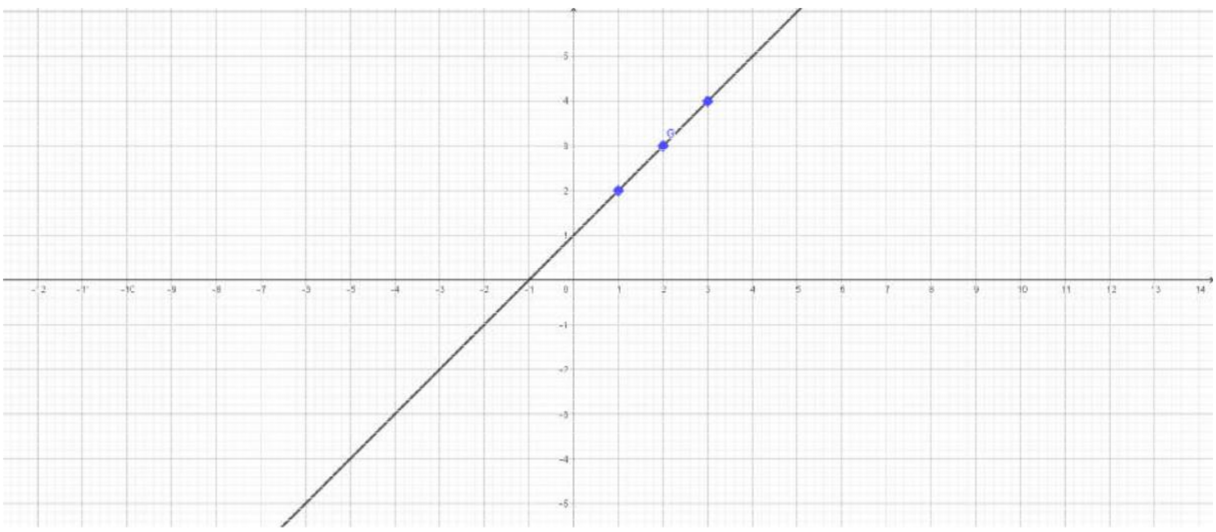
D'où $P(\bar{A}) = \frac{4}{7}$.

Exercice 2 : « 4 points »

On considère la série statistique double (x ; y) suivant :

X	1	2	3
y	2	3	4

1. Présentation des nuages des points dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.



2. Coordonnées $(\bar{x}; \bar{y})$ du point moyen G de nuages.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} = \frac{1+2+3}{3} = 2 \quad \text{et} \quad \bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} = \frac{2+3+4}{3} = 3.$$

D'où $G(2;3)$.

a)) Equation de la droite (d) de régression de y en x par la méthode de moindre carré.

L'équation de cette droite est de la forme : $y = \frac{Cov(x,y)}{V(x)}(x - \bar{x}) + \bar{y}$.

Avec : $Cov(x, y) = \frac{\sum_{i=1}^{3} x_i y_i}{3} - \bar{x}\,\bar{y} = \frac{1\times2+2\times3+3\times4}{3} - (2)(3) = \frac{2}{3}$.

$V(x) = \frac{\sum_{i=1}^{3} x_i^2}{3} - \bar{x}^2 = \frac{1^2+2^2+3^2}{3} - 2^2 = \frac{2}{3}$.

On obtient, $y = \frac{Cov(x, y)}{V(x)}(x - \bar{x}) + \bar{y} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{3}}(x - 2) + 3 \Leftrightarrow \quad y = x + 1.$

Finalement, la droite (d) a pour équation y = x + 1.

b)) Vérifions que le point G appartient à la droite (d).

Le point G (2 ; 3) appartient à (d) si et seulement si les coordonnées vérifient la relation de l'équation. On a : x = 2 ; alors y = x + 1 = 2 + 1 = 3. Ce qui prouve que le point G $\in$ (d).

c)) Valeur de y correspond à x = 14.

Comme y = x + 1 et que x = 14, alors y = 14 + 1 = 15. D' où y = 15

Trace de la droite (d) : *voir figure.*

Exercice 3 :

Partie A :

P, le polynôme P défini par : $P(x) = x^3 - 9x^2 + 20x - 12$.

1. Vérifions : $P(x) = (x - 1)(x^2 - 8x + 12)$.

Premier méthode *:*

Trouvons la forme développée de l'expression :

$(x - 1)(x^2 - 8x + 12) = x^3 - 8x^2 + 12x - x^2 + 8x - 12 = x^3 - 9x^2 + 20x - 12.$

D'où , $P(x) = (x - 1)(x^2 - 8x + 12)$.

Deuxième méthode *:*

Utilisons le tableau de Horner.

	1	-9	20	-12
1		1	-8	12
	1	-8	12	0=P(0)

On en déduit que $P(x) = (x - 1)(x^2 - 8x + 12)$.

2. Résolution dans IR, de l'équation $P(x) = 0$.

$P(x) = 0 \quad (x - 1)(x^2 - 8x + 12) = 0 \Leftrightarrow \quad x - 1 = 0$ ou bien $x^2 - 8x + 12 = 0$.

- $x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.
- $x^2 - 8x + 12 = 0$;

  Formule du discriminant : $\Delta = b^2 - 4ac$; *avec :* $b = -8$, $a = 1$ *et* $c = 12$.

Alors $\Delta = (-8)^2 - 4(1)(12) = 16$.

$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{8 - 4}{2} = 2$ et $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{8 + 4}{2} = 6$.

Par conclusion, l'ensemble des solutions de l'équation P (x) = 0 est S = { 1, 2, 6}.

3. Solution de :

a)) l'équation : $2 \ln x + \ln(x - 9) = \ln 2 + \ln(6 - 10x)$.

- *Domaine de définition (D_e):*

  Cet équation existe si et seulement si x > 0, x – 9 > 0 et 6 – 10 x > 0.

  Soit x > 0 , x > 9 et x < 0,6. *D'où $D_e =]0 ; 0,6[$.*

¶ *Résolution de :* 2 ln x + ln (x – 9) = ln 2 + ln (6 – 10 x).

Pour tout réel x de l'intervalle D_e, on a :

$2\ln x + \ln(x-9) = \ln 2 + \ln(6-10x) \Leftrightarrow \ln x^2 + \ln(x-9) = \ln 2(6-10x)$

$\Leftrightarrow \ln x^2(x-9) = \ln 2(6-10x) \Leftrightarrow x^2(x-9) = 2(6-10x)$

$\Leftrightarrow x^3 - 9x^2 = 12 - 20x \Leftrightarrow x^3 - 9x^2 + 20x - 12 = 0 \Leftrightarrow P(x) = 0$

$\Leftrightarrow$ x = 1 ou x = 2 ou x = 6 d'après la question 2)).

Or les nombres réels 1 , 2 et 6 ne sont pas des éléments de l'intervalle D_e. Par conclusion, l'équation 2 ln x + ln (x – 9) = ln 2 + ln (6 – 10 x) *admet comme ensemble de solution S = { }.*

b)) du système : $\begin{cases} e^x + e^y = 8 \\ e^{x+y} = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e^x + e^y = 8 \\ e^x \times e^y = 12 \end{cases}$

Posons : $X = e^x$ et $Y = e^y$.

Le système devient : $\begin{cases} X+Y=8 \\ XY = 12 \end{cases}$ *. Ce dernier, revient à résoudre l'équation $T^2 - 8T + 12 = 0$.*

Et d'après la deuxième question, on a : T = 2 ou T = 6.

D'où le couple (X ; Y) appartient à l'ensemble { (2 ; 6) , (6 ; 2)}.

On en déduit que : $e^x = 2$ et $e^y = 6$ ou bien $e^x = 6$ et $e^y = 2$.

$\begin{cases} e^x = 2 \\ e^y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \ln 2 \\ y = \ln 6 \end{cases}$ *ou bien* $\begin{cases} e^x = 6 \\ e^y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \ln 6 \\ y = \ln 2 \end{cases}$.

Finalement, la solution du système $\begin{cases} e^x + e^y = 8 \\ e^{x+y} = 12 \end{cases}$ *est S = { (ln 2 ; ln 6) , (ln 6 ; ln 2)}.*

Partie B :

(U_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{4}$ et de premier terme $U_0 = 2$.

1. Calcule de U_1.

$U_1 = q\,U_0 = \frac{1}{4} \times 2 = \frac{1}{2}$.

2. Expression de U_n en fonction de n.

$U_n = q^n U_0 = 2\left(\frac{1}{4}\right)^n$.

3. Limite de la suite (U_n).

$\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = \lim\limits_{n\to+\infty} 2\left(\frac{1}{4}\right)^n = 0$ *, car* $\frac{1}{4}$ *= 0,25 appartient à l'intervalle] - 1 ; 1 [.*

Conclusion. *On dit que le suite (U_n) converge vers zéro.*

Problème :

Partie I : Lecture d'un tableau

1. Ensemble de définition de g : $D_g =]\,0\,;+\infty\,[$
2. Lecture de *:* $g'(1) = 1$, $g(e^{-2}) = 0$ *et* $\lim\limits_{x \to 0^>} g(x) = +\infty$.

3. Le signe de g (x) :

Pour réel x de l'intervalle] 0 ; e^{-2}], g (x) est négatif

Pour tout réel x de l'intervalle [e^{-2} ; + ∞ [, g (x) est positif. D'où le tableau de signe de g (x) :

x	0	e^{-2}	+ ∞
g (x)		- 0 +	

4. g est définie par : **g (x) = a + ln x** ; où **a** un nombre réel.

a)) Calcul de g (e^{-2}) en fonction du réel a.

g (e^{-2}) = a + ln e^{-2} = a – 2 .

b)) Valeur du réel **a**.

D'après la question 2)), on a : g (e^{-2}) = 0 et pour la question 4)a), g (e^{-2}) = a – 2 .

On en déduit que a – 2 = 0 ⇔ a = 2.

Partie II : Etude d'une fonction.

f est définie sur l'intervalle] 0 ; + ∞ [par : f (x) = x + x lnx.

1. Calcul de :

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}(x + x\ln x) = +\infty \text{ , } car \lim_{x\to+\infty} x = +\infty \text{ } et \lim_{x\to+\infty} \ln x = +\infty \text{ .}$$

$$\lim_{\substack{x\to0\\>}} f(x) = \lim_{\substack{x\to0\\>}}(x + x\ln x) = 0 \text{ , } car \lim_{\substack{x\to0\\>}} x = 0 \text{ } et \lim_{\substack{x\to0\\>}} x\ln x = 0 \text{ .}$$

2. a)) Détermination de f ' (x).

f ' (x) = (x +x lnx)' = (x)' + (x lnx)' = 1 + (x)' lnx +x (lnx)'

$$= 1 + \ln x + x\left(\frac{1}{x}\right) = 1 + \ln x + 1 = 2 + \ln x.$$

D'où, pour tout réel x > 0, on a : f ' (x) = g (x) .

b)) Sens de variation de la fonction f.

D'après la question I) 3)), on a :

Pour réel x de l'intervalle] 0 ; e^{-2}], f ' (x) = g (x) est négatif ; alors f est décroissante.

Pour tout réel x de l'intervalle [e^{-2} ; + ∞ [, f ' (x) = g (x) est positif. alors f croissante.

c)) Tableau de variation f.

x	0		e^{-2}		+ ∞
f ' (x)		-	0	+	
f (x)	0	↘	$-e^{-2}$	↗	+ ∞

3. Equation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse x_0 =1.

Formule : y = f ' (x_0) (x – x_0) + f (x_0).

avec x_0 =1 ; f ' (1) = 2 + ln 1 = 2 ; f (1) = 1 + 1 ln1 = 1. Car ln 1 = 0.

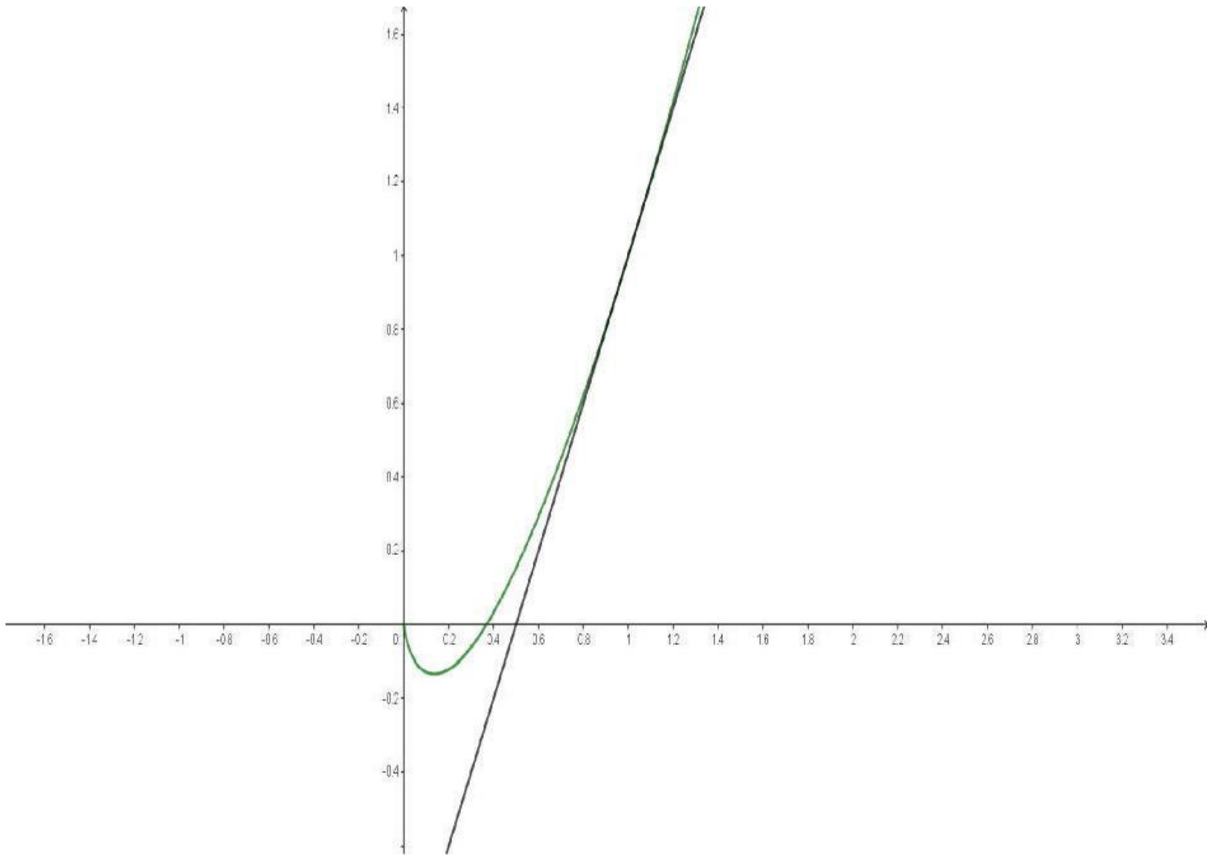
Alors y = f '(x_0) (x – x_0) + f (x_0) = 2 (x – 1) + 1 = 2 x – 2 + 1 = 2 x – 1 .

D'où y = 2 x – 1.

4. a)) Recopier et compléter le tableau suivant :

x	e^{-1}	2	3
$f(x)$	0	$2,6$	$6,3$

b)) Dans un même repère orthonormé (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$), trace de (T) et allure de (C_f).



Association des Etudiants de Mdjankagnoi A.E.M - https://aem-20.webself.net/